Quadratische Ergänzung mittels Binomischer Formeln

Die quadratische Ergänzung ist u.a. hilfreich beim Ermitteln der Scheitelpunktform von Parabeln. Notwendig ist die Kenntnis der 1. und 2. Binomischen Formel.

1. Binomische Formel:	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. Binomische Formel:	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Gegeben: Normalform der Parabelgleichung: $y = x^2 + px + q$

Gesucht: Scheitelpunktform der Parabel: $y = (x + d)^2 + e$ $S(-d|e)$

Aus der Scheitelpunktform lässt sich der Scheitelpunkt $S(-d|e)$ direkt ablesen.

Vorgehensweise: Erläuterung an einem Beispiel

$\mathbf{y = x^2 + 6x + 10}$	Normalform $y = x^2 + px + q$
$y = x^2 + 6x + 10$	Term px finden
$y = x^2 + 2 * 3x + 10$	Zerlegung von $6x = 2 * 3x$
$y = x^2 + 2 * 3x + 3^2 - 3^2 + 10$	Quadr. Ergänzung addieren u. wieder subtrahieren
$y = (x^2 + 2 * 3x + 3^2) - 9 + 10$	In den Klammern steht die 1. Binomische Formel.
$y = (x +3)^2 - 9 + 10$	Klammerausdruck als **1. Binomische Formel**
$\mathbf{y = (x + 3)^2 + 1}$	Scheitelpunktform $y = (x + d)^2 + e$ mit $S(-3\|1)$

Vorgehensweise: Erläuterung an einem Beispiel

$\mathbf{y = x^2 - 8x + 2}$	Normalform $y = x^2 + px + q$
$y = x^2 - 8x + 2$	Term px finden
$y = x^2 - 2 * 4x + 2$	Zerlegung von $8x = 2 * 4x$
$y = x^2 - 2 * 4x + 4^2 - 4^2 + 2$	Quadr. Ergänzung addieren u. wieder subtrahieren
$y = (x^2 - 2 * 4x + 4^2) -16 + 2$	In den Klammern steht die 2 .Binomische Formel.
$y = (x -4)^2 - 16 + 2$	Klammerausdruck als **2. Binomische Formel**
$\mathbf{y = (x - 4)^2 - 14}$	Scheitelpunktform $y = (x + d)^2 + e$ mit $S(4\|-14)$

Stichworte zu diesem Thema: Binomische Formeln, faktorisieren, Terme zusammenfassen, quadratische Funktionen / Gleichungen, quadratische Ergänzung, Klammern auflösen, Scheitelpunkt, Kurvendiskussion

